

ФРАКТАЛЛАР НАЗАРИЯСИ АСОСИДА ҚОН ТОМИРЛАРНИ ГЕОМЕТРИК МОДЕЛЛАШТИРИШ

Шахзода Аманбоевна АНАРОВА

профессор

техника фанлари доктори

Тошкент ахборот технологиялари университети

Тошкент, Ўзбекистон

shakhzodaanarova@gmail.com

Жамолиддин Синдорович ЖАББАРОВ

доцент

техника фанлари бўйича (PhD) фалсафа доктори

Самарқанд давлат университети

Самарқанд, Ўзбекистон

jamoliddin.jabbarov@mail.ru

Ғолибжон Камолиддин ўғли БАХРИДДИНОВ

асистент

Ўзбекистон-Финландия педагогика институти

Самарқанд, Ўзбекистон

baxriddinov_2014@mail.ru

Аннотация

Мазкур мақола фракталлар назарияси асосида қон томирларни геометрик моделлаштиришга қаратилган. Бунда инсон қон томирларининг жойлашувини фракталлар назарияси асосида геометрик моделлаштириш ва фрактал ўлчовларини ҳисоблашнинг турли хил математик усуллари батафсил баёни қилинган ҳамда қон томирларнинг касрли ўлчовини аниқлашдаги хатоликлар таҳлили ифодалаб берилган.

Таянч сўзлар: фрактал, фрактал графика, стохастик, морфемик, фрактал ўлчов.

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СОСУДОВ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ ФРАКТАЛОВ

Шахзода Аманбоевна АНАРОВА

профессор

доктор технических наук

Ташкентский университет информационных технологий

Ташкент, Узбекистан

shakhzodaanarova@gmail.com

Жамолиддин Синдорович ЖАББАРОВ

доцент

доктор философии (PhD) по техническим наукам

Самаркандский государственный университет

Самарканд, Узбекистан

jamoliddin.jabbarov@mail.ru

Голибжон Камолитдин углы БАХРИДДИНОВ

ассистент

Узбекско-Финский педагогический институт

Самарканд, Узбекистан

baxriddinov_2014@mail.ru

Аннотация

Эта статья посвящена геометрическому моделированию сосудов на основе теории фракталов. Подробно описаны различные математические методы геометрического моделирования расположения сосудов человека на основе теории фракталов и расчета фрактальных размерностей, а также анализ погрешностей определения фракционного размера сосудов.

Ключевые слова: фрактал, фрактальная графика, стохастический, морфемный, фрактальная размерность.

Қон томир тизимининг асосий вазифаси тананинг барча ҳужайраларини кислород ва бошқа муҳим озукалар билан таъминлашдир. Ушбу вазифани қон томир тизимлари самарали амалга оширади, улар тузилиш жиҳатидан дарахт шохларига ўхшаш жойлашган ва ҳар бир бўлиниш босқичи бинар шаклида бўлиниб тарқалади. Қон томир тармоғининг ўта мураккаблиги ва кўп даражали топологияси туфайли қон томирларининг тузилишини тавсифлаш учун қайси параметрлардан фойдаланиш кераклиги тўғрисида аниқ фикр келтирилмаган. Бундан ташқари, касалликларни аниқлаш учун нормал ривожланиш мезони зарур. Ушбу муаммоларни ҳал қилиш учун турли хил соғлом ва патологик қон айланиш тизимларини баҳолашнинг фрактал таҳлили ишлатилган. Қон томир тармоқларининг тарқалиши қатъий фрактал эмас, чунки улар чексиз диапазонда ўлчов ўзгармаслигини кўрсатмайди, лекин улар ўзига ўхшаш хусусиятларига эга ва тарқалиш жараёнининг ҳар бир босқичида бир хил бўлиб, фрактал тузилишли тасвирларни ҳосил қилади. Шундай қилиб, бинар ўлчовли тармоқланган қон томирларнинг фрактал ўлчовининг қиймати иккига яқинроқ бўлса, демак қон томирлар бўшлиқни шунчалик самарали тўлдиради. Шунинг учун ҳам фрактал ўлчовнинг юқори чегараси топологик ўлчовга мос келади [6]. Фрактал ўлчовни баҳолаш инсоннинг кўз тўр пардасини, турли хил ўсма касалликларини тавсифлаш, шунингдек,

компьютер томографияси маълумотлари ёрдамида олинган одам ўпкасининг икки ўлчовли артериал қон томирларини таҳлил қилиш учун қўлланилади. Бундан ташқари, илмий тадқиқотлар шуни кўрсатадики, фрактал ўлчовни баҳолаш ёрдамида турли касалликларда қон томир тармоқларини тавсифлаш мумкин. Қон томир тарқалишининг ҳар қандай патологик морфологияси фрактал ўлчовнинг пасайишига олиб келади деб тахмин қилинади.

Мия қон томирлар тармоғининг тузилишини анатомик жиҳатдан тўғри акс эттириш учун артериал қон томирларининг намунавий кўриниши томирнинг калибрига қараб детерминистик ва стохастик қисмларга бўлинган. Каттароқ радиусга эга бўлган миянинг асосий артериялари ва топологияси кўпчилик намуналарда детерминистик тузилишга эга. Бу эса катта артерияларнинг характерли топологиясини аниқроқ ҳисоблаш имконини беради. Мия артерия қон томирларининг детерминистик қисмнинг тасвири цилиндрлар тўпламларига қиёсланган [7]. Уларнинг ҳар бири учун асос сифатида марказларининг радиуси ва координаталари олинади. Бунда цилиндрнинг радиуси қон томир радиусига тўғри келди. Фрактал тузилишли мия артерияларининг диаметрлари ҳисоблаб чиқилган ва қон томир артерияларнинг шоҳлари бўлган кичикроқ томирлар алоҳида стохастик тузилишга ажратилган. Стохастик қисм иккилик дарахт шаклида амалга оширилади. Бу морфометрик таҳлил маълумотларига мос келади ва қон томир тизимининг шоҳланиши вақтида бифуркация деярли ҳар доим ҳосил бўлиши аниқланган. Томирларнинг ўсиши билан артериал томир (i) икки томирга бўлинади, уларнинг ҳар бири, ўз навбатида, артериал томирнинг минимал радиусига мос келадиган даражага етгунча бўлинишлар ҳосил қилади. Бу моделда қон томир узунлиги 8 *мкмга* тўғри келади. Бироқ ҳар бир бўлиниш жараёнлари бир неча асосий босқичлардан иборат (1-расм). Кириш параметрлари радиуси, қон томир узунлиги ва артериал томир тугунларининг координаталари, шунингдек, қон томир шоҳланишининг геометрик ўлчовларини аниқлайдиган модель параметрлари муҳим саналади. Артериал

томирнинг узунлигига нисбатан ўсаётган томирлар узунлигининг қисқариши, томир узунлигининг қисқариш индекси (λ) билан тавсифланади:

$$L_{2i+1,2i+2} = \lambda L_i. \quad (1)$$

Артериал қон томир радиуси билан ўнг ва чап томирлар радиуслари ўртасида боғлиқлик мавжуд, бу боғлиқлик қуйидаги формула билан аниқланади:

$$R_i^\gamma = R_{2i+1}^\gamma + R_{2i+2}^\gamma. \quad (2)$$

(2) Мюррэй формуласи [3], бу ерда γ – томирларнинг тарқалиш кўрсаткичи, унинг қийматлари иккидан учгача ўзгаради. Ҳосил бўлган томирларнинг ўртача ўлчовдаги радиуслари артериал қон томирининг минимал радиус ўлчови билан аниқланади:

$$\begin{cases} r_{low} = \frac{R_{low}}{R_i}; \\ r_{high} = \left(1 - r_{low}^\gamma\right)^{\frac{1}{\gamma}}; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r_{2i+1} = r_{low} + (r_{high} - r_{low}) \cdot U(0,1); \\ r_{2i+2} = \left(1 - r_{2i+1}^\gamma\right)^{\frac{1}{\gamma}}; \end{cases} \quad (3)$$

бу ерда R_{low} – артериал тизимдаги томирнинг минимал радиуси; $U(0,1)$ – стандарт бир хил тақсимотдир. Ҳосил бўладиган томирларнинг радиуси ва асос томир узунликлари орасидаги бурчаклар қуйдагича топилади:

$$\begin{aligned} \phi_{2i+1} &= 2\pi U(0,1); \\ \phi_{2i+2} &= \phi_{2i+1} + \pi. \end{aligned} \quad (4)$$

Бундан ташқари, асос томирларнинг радиусларига таяниб, ҳосил бўладиган томирлар орасидаги бурчакларини ҳам ҳисоблаш мумкин:

$$\begin{aligned} \theta_{2i+1} &= \arccos \left(\frac{r_{2i+1}^2}{2} + \frac{r_{2i+1}^{-2}}{2} \left(1 - \left(1 - r_{2i+1}^\gamma \right)^{\frac{4}{\gamma}} \right) \right); \\ \theta_{2i+2} &= \arccos \left(\frac{r_{2i+2}^2}{2} + \frac{r_{2i+2}^{-2}}{2} \left(1 - \left(1 - r_{2i+2}^\gamma \right)^{\frac{4}{\gamma}} \right) \right). \end{aligned} \quad (5)$$

Бўлиниш тугунларидан олинган координаталаридан фойдаланиб, энг яқин бўлинишларгача бўлган масофаларни ҳисоблаш орқали томирлар орасидаги кесишмалар аниқланади [1].

Қаралаётган сиртни тўлдириш даражаси қон томирларининг мураккаблиги билан баҳоланади, шунинг учун охириги босқичда тугунларнинг жойлашиши текширилади:

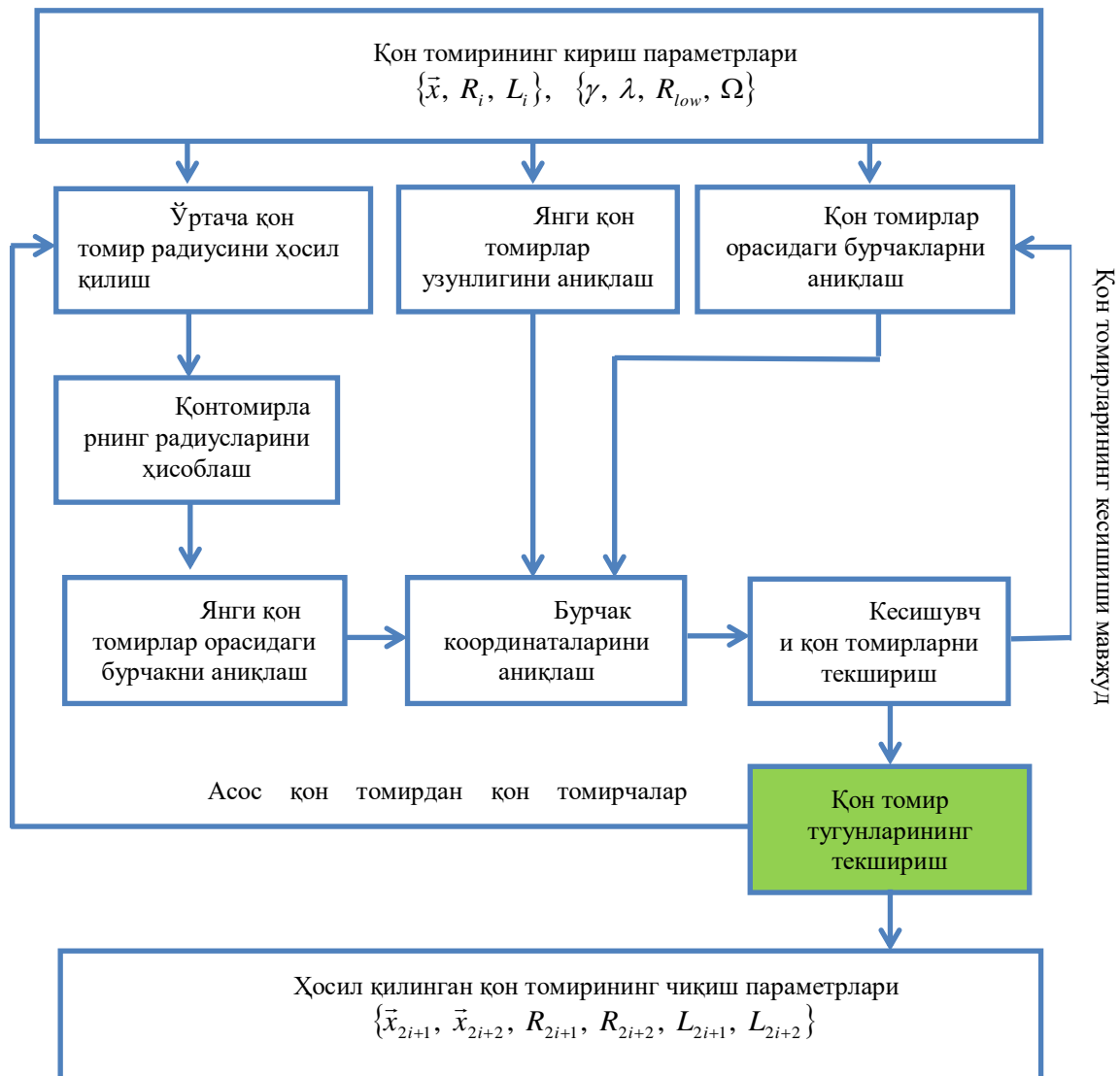
$$\Omega_k = \sum_{i=1}^n E_i; \quad E_i = \left\{ \bar{x} : \sum_{j=1}^n \left(\frac{x_j - c_{i,j}}{R_{i,j}} \right)^2 \leq 1 \right\}, \quad (6)$$

Бу ерда $c_{i,j}$ ва $R_{i,j}$ – қон томир тугунларининг марказ координаталари. Мия тузилишининг тасвири орқали қон томирларининг геометрик параметрлари аниқланган. Миядаги қон томирларининг тузилишини дарахт шоҳларига қиёслаган ҳолда катакчаларни ҳисоблаш усули ёрдамида фрактал ўлчови аниқланган.

D – бу ўлчов, фрактал тузилишли тасвир берилган сиртни эгаллаш (тўлдириш) даражаси бўлиб, у қуйидагича аниқланади: тасвир катакчаларга ажратилади, $N(r)$ – катакчаларнинг сони, r – катакчаларнинг ўлчами. Фрактал ўлчовнинг аниқлик даражаси, албатта, катакчалар сонига боғлиқдир [9].

$$N(r) = r^{-FD}. \quad (7)$$

Фрактал таҳлилнинг қўлланилиши.

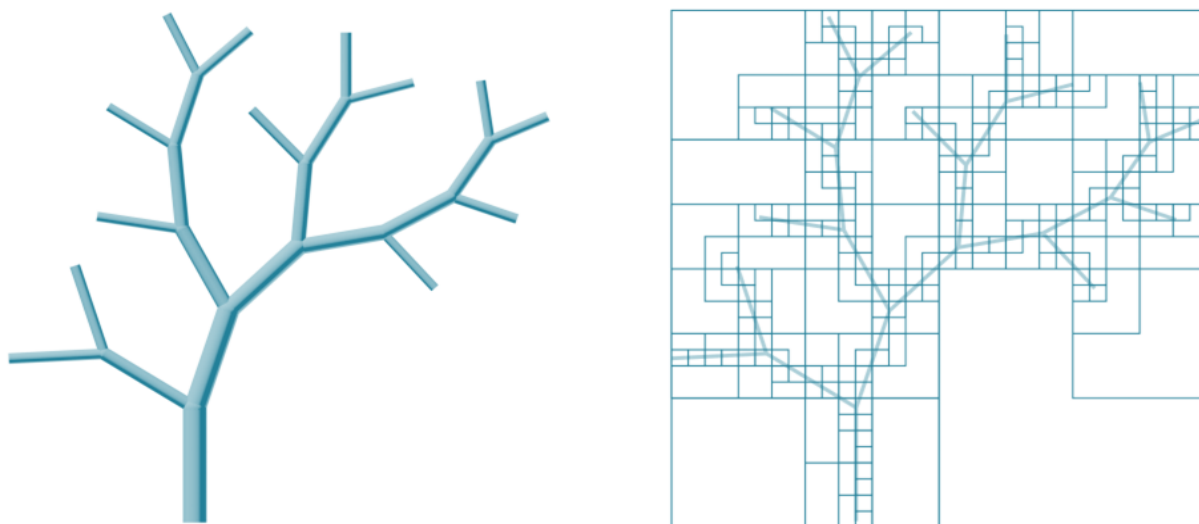


1-расм. Қон томирлари бўлиниб кўпайиш жараёнининг схематик тузилмаси.

$$FD = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{\log N(r)}{\log \frac{1}{r}}. \quad (8)$$

Бу ерда FD – фрактал ўлчов. Катакчаларни ҳисоблаш усули турли бўш бўлмаган катакчалар сонини аниқлашдан иборат [2]. Фрактал ўлчовнинг қиймати логарифмик эгри чизиққа яқинлашиш асосида ҳисобланади.

2-расмда қон томирларнинг бинар тарқалишининг фрактал ўлчовини ҳисоблаш кўрсатилган ва ҳар бир шоҳнинг геометрик ўлчовини ҳисоблаш учун марказий чизиқ билан ифодаланган [10]. Лекин қаралаётган шоҳ радиуси фрактал ўлчовига таъсир қилмайди.



2-расм. Қон томирларнинг бинар тарқалишининг фрактал ўлчовини аниқлашнинг схематик кўриниши.

Таъкидлаш жоизки, шоҳларнинг радиуси энг муҳим геометрик хусусиятларидан бири бўлиб, у бутун қон томир тизимининг топологиясини белгилайди [3-4]. Шу боис, қон томир тармоғининг мураккаблигини аниқроқ баҳолаш учун ҳар бир қон томир тенг равишда катакчаларга бўлинади. Катакчалар узунлигининг ўртача қиймати тахминан 2 микрометрга тенг деб қаралган (2-расм).

Қон томирларининг жойлашишига ва дарахт шоҳларининг топологиясига асосий таъсир уларнинг бинар бўлиниши (γ) ҳамда қон томир узунлигининг қисқариши (λ) кўрсаткичлари билан боғлиқ, лекин кўпроқ фрактал тасвирларнинг стохастик қисмига тааллуқлидир [5]. Чунки асос қон томирларининг геометрик ўлчовлари камроқ ўзгаради. Буларнинг мураккаблигини чеклайдиган қўшимча параметрлар қон томир тизимини куриш учун жой (Ω), қон томирнинг минимал мумкин бўлган радиуси (R_{low}) ва ўрганилаётган объектнинг биологик хусусиятлари билан боғлиқ.

Хулоса ўрнида шуни айтиш мумкинки, мазкур тадқиқотда қон томирларнинг тузилишини баҳолаш мезони сифатида бўшлиқни тўлдириш самарадорлигини миқдорий баҳолаш имконини берувчи фрактал ўлчовни ҳисоблаш усули қўлланилди. Ушбу ўлчов турли касалликларда қон томир тармоқларининг жойлашув зичлигига қараб ташҳислаш мумкинлигини кўрсатди. Тадқиқот ишида томирларнинг тарқалиш индекси (γ) ва қон томирларнинг узунлигининг қисқариш индекси (λ) ортиши билан фрактал ўлчовнинг қиймати ортиши аниқланди. Натижалар шуни кўрсатадики, артерия қон томир тизимларининг фрактал хусусиятларини баҳолаш учун кўпинча томирнинг марказий чизиғи бўйлаб ҳисоб-китоблар асосида катакчаларни санаш усули қўлланилади. Бу усул ҳисоблаш мураккаблиги нуқтаи назаридан оддий, аммо қон томирларнинг ўсиш ва бўлиниб кўпайиш даражалари ўртасидаги фарқларни ҳисоблаш имкони йўқ. Ушбу тадқиқот ишида катта қон томир артерияларининг ўсиш даражаси 14 фоиздан ошиши мумкин бўлган бўлиниб кўпайиши, катта томир тизимларининг мураккаблигини кўрсатади.

ФҲЙДАЛАНИЛГАН АДАБИЁТЛАР:

1. Anarova Sh.A. Fraktallar nazariyasi va fraktal grafika. Darslik. – Тошкент: Universitet, 2021. – 254 б.
2. Балханов В.К. Основы фрактальной геометрии и фрактального исчисления. /Отв. ред. Ю.Б.Башкуев. – Улан-Удэ: Бурятского гос.университет, 2013. – 224 с.
3. Жаббаров Ж.С. Кубик сплайн ёрдамида математик функцияларни интерполяциялаш хатоликларини камайтирувчи алгоритим ва дастурий воситалар // Инновацион ва замонавий ахборот технологияларини таълим, фан ва бошқарув соҳаларида қўллаш истиқболлари: рес.илм.амалий конф.материаллари, 2020 йил 14-15 май. – № 5. – Б. 120-122.

4. Жаббаров Ж.С. Фрактал ўлчов асосида геометрик шакилларнинг ўлчовлари // Инновацион ёндошувлар асосида миллий таълим тизимини такомиллаштириш: Халқаро илмий-амалий конференция 2021 йил 23 апрел. – Б. 179-182.

5. Жаббаров Ж.С. Инсон тўр пардасидаги қон томир тизимларининг фрактал тузилиши ва фрактал ўлчови // Янги Ўзбекистонда ислохотларни амалга оширишда замонавий ахборот-коммуникация технологияларидан фойдаланиш: Халқаро илмий-амалий конференция 2021-йил. 27 октябрь. – Б. 98-101.

6. Мандельброт Б.Б. Фрактальная геометрия природы / Мандельброт Б.Б. – Москва: Институт компьютерных исследований, 2010. – 676 с.

7. Lindenmayer A. The Algorithmic Beauty of Plants. // Springer-Verlag, New York. 2004. P. 240

8. Hye-Rim So., Gun-Baek So., Gang-Gyoo Ji. An Efficient BC Approach to Compute Fractal Dimension of Coastline. // J. Navig. Port Res. Vol. 40, No. 4 : 207-212, August 2016 (ISSN:1598-5725(Print)/ISSN:2093-8470(Online)) DOI : <http://dx.doi.org/10.5394/KINPR.2016.40.4.207-212> p.

9. Anarova Sh.A., Narzulloyev O.M., Nabiyev I.Sh. Methods and algorithms of geometric modeling of fractal structured objects. 03-05 November 2021. International Conference on Information Science and Communications Technologies (ICISCT)

10. Zaynidinov H.N., Anarova Sh.A., Jabbarov J.S. Determination of Dimensions of Complex Geometric Objects with Fractal Structure. // 13th International Conference on Intelligent Human Computer Interaction 21-22 December-2021. 437-447 p.