

ВЕЙВЛЕТ УСУЛЛАРИДА СИГНАЛГА РАҚАМЛИ ИШЛОВ БЕРИШ

Бунёдбек Раҳимжонович АЗИМОВ

Доцент

техника фанлари бўйича (PhD) фалсафа доктори

Alfraganus university

Тошкент, Ўзбекистон

bunyodbekazimov11@gmail.com

Мирсаид Хамзаевич БУРИЕВ

Магистр

Alfraganus university

Тошкент, Ўзбекистон

Mirsaidbx97@mail.ru

Аннотация

Ушбу мақолада бир ўзгарувчи Хаарнинг бўлак полиномиал вейвлет моделларининг масштаблаш ва вейвлет функцияларидан фойдаланган ҳолда, сигналларга рақамли ишлов бериш амалга оширилган. Функцияларни тиклаш ва сигналларга рақамли ишлов беришда Хаарнинг такомиллаштирилган бўлак-чизиқли вейвлетининг аниқлик даражаси юқори эканлиги ёритилган.

Таянч сўзлар: вейвлет функциялари, бўлак-полиномиал функциялар, электроэнцефалограмма (ЭЭГ) сигнали, нуктали формула, интерполяциялаш.

ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛА ВЕЙВЛЕТ-МЕТОДАМИ

Бунёдбек Раҳимжонович АЗИМОВ

Доцент

Доктор философии (PhD) по техническим

наукам

Alfraganus university

Ташкент, Узбекистан

bunyodbekazimov11@gmail.com

Мирсаид Хамзаевич БУРИЕВ

Магистр

Alfraganus university

Ташкент, Узбекистан

Mirsaidbx97@mail.ru

Аннотация

В данной статье цифровая обработка сигналов выполняется с использованием масштабирующих и вейвлет-функций одномерных кусочно-полиномиальных вейвлет-моделей Хаара. Подчеркивается высокая точность улучшенного срез-линейного вейвлета Хаара при восстановлении функций и цифровой обработке сигналов.

Ключевые слова: вейвлет-функции, кусочно-полиномиальные функции, сигнал электроэнцефалограммы (ЭЭГ), формула точки, интерполяция.

Дунёдаги тадқиқотлардан маълумки, тиббиёт сигналларига рақамли ишлов беришда аниқлик биринчи ўринга қўйилади. Шу сабабли тиббиёт сигналларини филтрлаш ва уларни аниқлиги юқори моделлар асосида тиклаш ҳамда интерполяция қилиш долзарб масалалардан ҳисобланади. Биламизки, экспериментал маълумотларга, яъни электроэнцефалографик сигналига рақамли ишлов беришда олинган маълумотларни аппаратга етиб боргунга қадар ўтадиган органлар ва тўлқинларнинг хусусиятлари ҳам таъсир қилади. Шу сабабли, биз ўрганилаётган органлар ва тизимларда ўз вақтида юзага келадиган жараёнларнинг хусусиятларини очиб беришга ёрдам берадиган биомедицина сигналларини, шу жумладан ЭЭГ маълумотларини ўзлуксиз вейвлет ўзгаритиришга асосланган кўп қиррали моделида тиклаш келтирилган. Такидлаш жоизки, вейвлетларнинг юқориқ даражасига ўтиш билан интерполяциялаш хатолигини яна ҳам камайитиришга эришилади.

1. *Хаарнинг бўлак-ўзгармас вейвлет коэффициентларини ҳисоблаш.* Сигналларга рақамли ишлов беришда сигналларнинг деталларини ва локаллик хусусиятларини ажратиш учун вейвлет функциялардан, сигналларни аппроксимациялаш учун эса масштаблаш функциясида фойдаланилади [5], [4], [10]. Вейвлет функцияларни танлашда уларнинг силлиқлик, ташувчи ўлчами ва қийматларининг нолга тенг ҳолатлари сони каби тавсифларига алоҳида эътибор қаратилган. Хаарнинг бўлак-ўзгармас вейвлет коэффициентларини ҳисоблаш модели қуйида келтирилган (1).

$$C_n = \int_0^1 \phi_n(x) f(x) dx \quad (1)$$

$$n = 0, \quad j = 0, 1, \dots, 2^n - 1$$

Бу ерда $\phi_{i,j}(t)$ лар учун $\int_{-\infty}^{\infty} \phi(t) dx = 1$ шарт бажарилиши талаб этилади. Бу ерда, ϕ_n вейвлет функция $\phi_{i,j}(t)$ масштаблаш функцияси. C_n -Хаарнинг бўлак-ўзгармас вейвлетиде сигналларга рақамли ишлов беришнинг математик модели ҳисобланади.

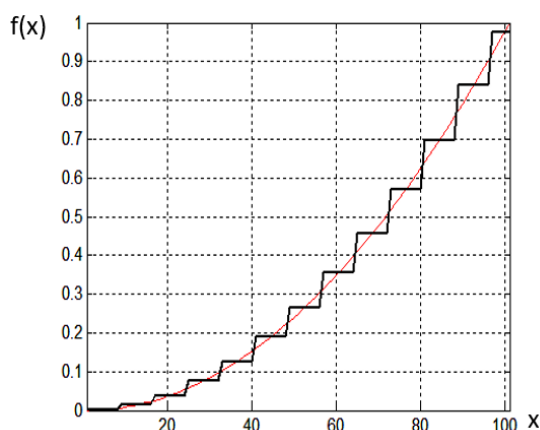
Хаар вейвлетининг коэффициентларини топиш формуласи умумий холда қуйидагича кўринишда бўлади.

$$H(x) \cong \sum_{n=0}^{\infty} C_n \phi_n(x) \quad (2)$$

Ҳосил бўлган (1) интеграл трапедия сонли усулида ечилди [2].

$f(x)$ бўлак- ўзгармас вейвлетларида интерполяцияланувчи функция [6], [1].

Мисол учун $f(x) = x^2$ функцияни $[0,1]$ интервалда $h=0,01$ қадам билан бўлак-ўзгармас вейвлетларида интерполяциялашни қараймиз (1-расм).



1-расм. Функцияни Хаарнинг бўлак-ўзгармас вейвлет усулида интерполяциялаш натижаси.

— Кирувчи маълумотлар, — аппроксимациялаш натижаси.

(2) формулани келтириб чиқаришда вейвлет функция, масштаблаш функцияси ҳамда C_n Хаарнинг бўлак-ўзгармас вейвлет коэффициентларини аниқлаш талаб этилади [3],[2].

2. *Тақомиллаштирилган Хаарнинг бўлак-чизиқ вейвлет усули.* Кўпгина амалий масалаларни ечишда бўлак- ўзгармас вейвлетларнинг имкониятлари етарли эмас, шу билан бирга бўлак- ўзгармас вейвлетларнинг интерполяция хатолиги бўлак-чизиқли вейвлетларнинг интерполяция хатолигидан катта, шу боис бўлак-чизиқли вейвлетларга ўтиш мақсадга мувофиқдир. Маълумки, бўлак- чизиқли Хаар-вейвлетини коэффициентларини аниқлаш алгоритми мавжуд эмас, шунинг учун ҳам бу турдаги вейвлетлар кенг қўлланилмаган [7], [8], [9].

Бўлак- ўзгармас Хаар вейвлетини аппроксимацияси қуйидагича

$$f(x) \cong \sum_{k=0}^{n-1} C_k h_{\text{ain}_k}(x) \quad (3)$$

бу кетма-кетликнинг камчилиги C_k -коэффициентларни тез ҳисоблаш алгоритмининг йўқлигидир. Ушбу камчиликни сплайн вейвлетни қўллаш орқали йўқотиш мумкин. Агар параболик сплайннинг иккинчи тартибли ҳосиласини олсак, $f(x)$ функция $[0,1]$ ораликда интерполяцияланувчи, ва сплайн тугун нуқталарида кадамларнинг ўзгариши билан функция бўлак-ўзгармас бўлади, ҳамда бўлак-ўзгармас ортогонал вейвлетларни ҳосил қилади.

Масалан, Хаар вейвлетидан фойдаланиб сплайннинг ҳосиласини ёзамиз:

$$S_2''(x) \cong \sum_{k=0}^{n-1} C_k \text{haar}_k(x) \quad (4)$$

интеграллаш қонунчасига кўра:

$$S_2'(x) = 2^p \int_0^x S_2''(u) du = \sum_{k=0}^{n-1} C_k h_{\text{ain}_k}(x) + S_2'(0) \quad (5)$$

параболик сплайннинг иккинчи тартибли ҳосиласини ортогонал Хаар вейвлетларининг коэффициентлари, $h_{\text{ain}}(x)$ - вейвлетларига нисбатан сплайннинг биринчи тартибли ҳосиласини коэффициентлари эканлиги маълум бўлди. Йиғиндидаги чизиқли қисмининг коэффициенти $x = 0$ нуқтада $S_2(x)$ сплайннинг биринчи тартибли ҳосиласининг қиймати сифатида олинади.

Агар сплайн-функция сифатида параболик В-сплайн олинса $y = f(x)$ функцияни сплайн-вейвлет орқали қуйидагича ифодалаш мумкин:

$$f(x) \cong \sum_{i=2}^{n+2} b_i B_{2,i}(x) \quad (6)$$

$$B_1(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x < 1 \\ -x + 2, & 1 \leq x < 2 \\ 0, & \text{акс ххолд} \end{cases}$$

бу ерда $f(x)$ -интерполяцияланувчи функция, $B_i(x)$ -параболик сплайн-вейвлет, b_i -СРИБнинг математик модели бўлиб, улар қуйидагича

ҳисобланади, бу ерда b_i – коэффициентларни аниқлаш учун қуйидаги тенгламалар системасини оламиз

$$b_{-1}B'_{-1}(x_0) + b_0B'_0(x_0) + b_1B'_1(x_0) = f'_0, \quad (7)$$

$$b_{i-1}B'_{i-1}(x_0) + b_iB'_i(x_i) + b_{i+1}B'_{i+1}(x_i) = f'_i, i = 0, \dots, N. \quad (8)$$

$$b_{N-1}B'_{N-1}(x_0) + b_NB'_N(x_N) + b_{N+1}B'_{N+1}(x_N) = f'_N. \quad (9)$$

Ушбу система матрицасининг элементлари сплайн вейвлет хоссаларига кўра ҳисобланади. Матрицанинг ҳар бир сатрида фақат учта элемент нолдан фарқли бўлганлиги сабабли 5 тагача бўлган сплайнлар сони билан изоҳланади. Олинган системадан b_{-1} ва b_{N+1} номаълумларни йўқотамиз ва қуйидагига эга бўламиз

$$\begin{aligned} b_0[B_0(x_0) - k_0B_{-1}(x_0)] + b_1[B_1(x_0) - k_1B_{-1}(x_0)] &= f_0 - k'_0B_{-1}(x_0), \\ b_{i-1}B_{i-1}(x_0) + b_iB_i(x_i) + b_{i+1}B_{i+1}(x_i) &= f'_i, i = 1, \dots, N-1. \\ &= f_N - k'_NB_{N+1}(x_N)b_{N-1}[B_{N-1}(x_N) - k_{N-1}B_{N+1}(x_N)] \\ &\quad + b_N[B_N(x_N) - k_NB_{N+1}(x_N)] = \end{aligned} \quad (10)$$

каерда

$$\begin{aligned} k_0 &= \frac{B'_0(x_0)}{B'_{-1}(x_0)}, & k_1 &= \frac{B'_1(x_0)}{B'_{-1}(x_0)}, & k'_0 &= \frac{f'_0}{B'_{-1}(x_0)}; \\ k_{N-1} &= \frac{B'_{N-1}(x_N)}{B'_{N+1}(x_N)}, & k_N &= \frac{B'_N(x_N)}{B'_{N+1}(x_N)}, & k'_N &= \frac{f'_N}{B'_{N+1}(x_N)} \end{aligned}$$

(10) система аниқлангандан сўнг (11), (12) тенгликлардан b_i , $i=0, \dots, N$ b_{i-1} ва b_{i+1} миқдорлар ҳисобланади.

Энди биз b_i коэффициентлар учун (5) интерполяциялаш формуласини ёзамиз

$$b_{i-1} + 4b_i + b_{i+1} = 6f_i, \quad i = 0, \dots, N \quad (11)$$

бу ердан номаълум b_i ни топиш учун (11) ни ечимини

$$b_i = f_i + \gamma_i h^2 f''_i + O(h^4), \quad \gamma_i = -\frac{1}{6}, \quad i = 0, \dots, N$$

ва

$$b_i = f_i - \frac{h^2}{6} f_i'' + O(h^4), \quad i = 0, \dots, N \quad (12)$$

Шундай қилиб, ягона b_i коэффициент қиймати $O(h^2)$ тугун нукта қиймати f_i га тенг.

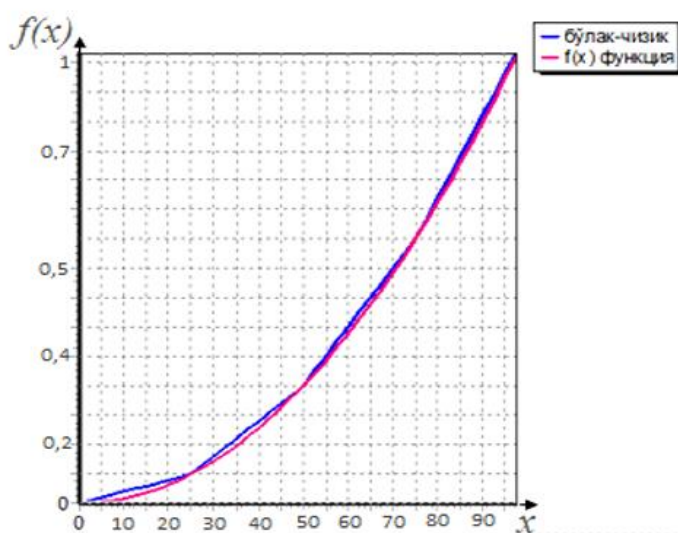
$$b_i = \frac{1}{8}(-f_{i-1} + 10f_i - f_{i+1}) \quad (13)$$

ёки функциянинг биринчи тартибли ҳосиласи В-сплайннинг биринчи тартибли ҳосиласи орқали қуйидагича ифодаланади:

$$f'(x) \cong b_0 B_0'(x) + b_1 B_1'(x) + b_2 B_2'(x) \quad (14)$$

Бу ерда $f(x)$ -интерполяцияланувчи функция, $B_i(x)$, $i=0, 1, 2$ параболик сплайн-вейвлет, одатда b_i -коэффициентлар эса $f(x)$ функция қийматлари ёки сигнал қийматлари ёрдамида ҳисобланади.

Мисол сифатида $f(x) = x^2$ функцияни $[0,1]$ интервалда $h=0,01$ қадам билан бўлак-ўзгармас вейвлетларида интерполяциялашни қараймиз (2-расм).



2-расм. $f(x) = x^2$ -функцияни бўлак-чизик вейвлет усулида интерполяциялаш натижаси.

— Кирувчи маълумотлар, — аннроксимациялаш натижаси.

Хаарнинг бўлак-ўзгармас ва бўлак-чизик вейвлетларида интерполяциялаш хатоликларини ҳисоблаймиз.

Хаарнинг бўлак- ўзгармас ва такомиллаштирилган бўлак-чизик усулларида интерполяциялаш натижасида ҳосил бўлган нисбий хатоликларини баҳолаб қуйидаги натижа олинди (1-жадвал).

Нисбий хатоликларини баҳолаш

1-жадвал

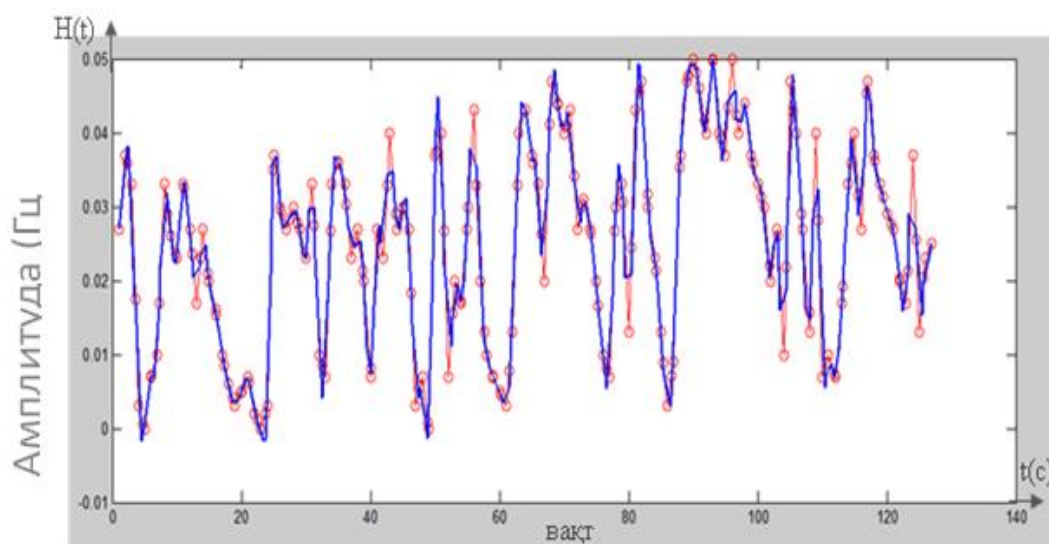
№	Функция	БЎ	БЧ
1	$f(x) = x^2$	0,83%	0,077%
2	$f(x) = e^x$	0,78%	0,32%

1-жадвалдан кўриш мумкинки бўлак-чизик вейвлет моделида функция ва сигналларни интерполяция хатолиги энг кичик экан.

3. *Хаар вейвлетларида сигналларга рақамли ишлов бериш.* Юқорида келтирилган ҳисоблашлардан маълум бўлдики, сигналлар ва функцияларни аппроксимация қилиш натижасида ҳосил бўладиган абсолют ва нисбий хатоликлар Хаарининг бўлак-ўзгармас вейвлетида Хаарининг бўлак-чизикли вейвлетига нисбатан катта эканлиги маълум бўлди шу боис Хаарнинг такомиллаштирилган бўлак-чизикли вейвлетига ўтиш орқали хатоликни камайитишга эришилди. Ушбу модел 2- даражали В-сплайн вейвлетидан бир марта ҳосила олиш орқали амалга оширилди. Қуйида Хаарнинг бўлак-чизик вейвлетини ҳисоблаш алгоритмларини келтирамиз:

- тадқиқот учун олинган $f[i]$ -экспериментал маълумотларни файл кўринишида дастурга юклаш;
- $b[i]$ - уч нуқтали коэффициентларни ҳисоблаш;
- $B_i'(x)$ -сплайнни қийматларини ҳисоблаш;
- $f'(x)$ - бўлак-чизик вейвлетини аниқлаш;

b_i уч нуқтали формуладаги 1/8 сони ўзгариб туради. Ушбу ўзгариш инсон танасидан олинган сигналлар турлича катталикларда олинади, олинган сигналларни рақамли ишлаш натижасида ҳосил бўлган хатолик натижасига қараб уч, беш ёки етти нуқтали формулага алмаштириш натижасида 1/8 сони ўзгаради.



1-расм. ЭЭГ сигналини Хаарнинг бўлак-чизик вейвлет усулида интерполяциялаш натижаси.

— Кирувчи маълумотлар, — аппроксимациялаш натижаси.

1-расмдаги қизил чизик ЭЭГ сигнали, кўк чизик Хаарнинг бўлак-чизик вейвлети вақт ва амплитуда бўйича аппроксимация натижаси. Вейвлетларнинг юқорироқ даражасига ўтиш билан интерполяциялаш хатолигини яна ҳам камайтиришга эришилади [5].

Ушбу жадвалда сигналларга рақамли ишлов беришнинг нисбий хатолигини баҳолаш юқоридаги моделлар асосида аниқланди.

Хаарнинг бўлак-полиномиал усулларида сигналларни интерполяциялашнинг нисбий хатоликлари

2-жадвал

№	Сигнал	БЎ	БЧ
1	Гастроэнтрологик	82%	27,1%
2	ЭЭГ	37%	15%
3	Магнит майдон	0,05%	0,01%

2–жадвалдаги ҳисоблаш натижаларидан кўриш мумкинки сигналларга рақамли ишлов беришда нисбий хатолик Хаарниг такомиллаштирилган бўлак-чизикли вейвлетиде энг кичик эканлиги аниқланди.

Хотирада сақлаш талаб этиладиган коэффициентлар сонини камайтириш ва “силлиқлик” кўрсаткичларини яхшилайдиган усулларини қидириш вейвлетларнинг юқорироқ даражасига ўтишни тақозо қилади. Уларнинг энг оддийлари Хаарнинг бўлак-чизик вейвлетларидир, улар Хаар-

вейвлетининг бўлак- ўзгармас вейвлетларини интеграллаш натижасида ҳосил қилинади. Хаарнинг бўлак-ўзгармас вейвлетларининг камчилиги сигналга яқинлашишда хатоликларнинг ошиб кетиши, яъни 0,1% аниқликни таъминлаш учун сигналнинг бир қанча коэффицентларини хотирада сақлашни талаб этишидадир. Кўпгина амалий масалаларни ечишда бўлак-ўзгармас вейвлетларнинг имкониятлари етарли эмас, шу билан бирга бўлак-ўзгармас вейвлетларнинг интерполяция хатолиги бўлак-чизиқли вейвлетларнинг интерполяция хатолигидан катта, шу боис бўлак-чизиқли вейвлетларга ўтиш мақсадга мувофиқдир.

ФОЙДАЛАНИЛГАН АДАБИЁТЛАР:

1. Азимов Б.Р., Бўриев М.Х. Сигналларга рақамли ишлов беришда хаар вейвлет усулларининг қўлланилиши. //Ахборот оқимлари ва интеллектуал тизимларнинг ижтимоий, иқтисодий ва техник-технологик тармоқлардаги ўрни: мавзусида халқаро илмий-амалий анжуман. – Андижон, 2023.
2. Азимов Б.Р. Сигналларга рақамли ишлов беришда локал интерполяцион кубик сплайн аҳамияти. //Замонавий ишлаб чиқаришда муҳандислик ва технологик муаммоларнинг инновацион ечимлари: мавзусида халқаро илмий анжуман. – Бухоро, 2019.
3. Дмитриев А.Г, Дорофеюк А.А. Методы кусочной аппроксимации многомерных кривых // Автоматика и телемеханика, 1984. – №12. –С.101-109.
4. Жураев Ж.У. Хаар вейвлетлари ёрдамида эгилувчан пластен моделларини қуриш. // Me'morchilik va qurilish muammolari, 2020. – Б.133-142.
5. Singh, D., Singh, M., & Hakimjon, Z. (2019). One-dimensional polynomial splines for cubic splines. In SpringerBriefs in Applied Sciences and Technology (pp. 21–26). Springer Verlag. https://doi.org/10.1007/978-981-13-2239-6_3

6. Waldemar Rakowski. Prefiltering in Wavelet Analysis Applying Cubic. Intl journal of electronics and telecommunications, 2014, VOL. 60, NO. 4, PP. 331–340. DOI: 10.2478/eletel-2014-0044.

7. Xakimjon, Z., & Bunyod, A. (2019). Biomedical signals interpolation spline models. In International Conference on Information Science and Communications Technologies: Applications, Trends and Opportunities, ICISCT 2019. Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc. <https://doi.org/10.1109/ICISCT47635.2019.9011926>.

8. Hakimjon Zaynidinov, Sayfiddin Bakhromov, Bunyod Azimov, Sarvar Makhmudjanov. Comparative Analysis Spline Methods in Digital Processing of Signals // Advances in Science, Technology and Engineering Systems Journal (ASTESJ), (Indexed by SCOPUS), <https://dx.doi.org/10.25046/aj0506180>, ISSN: 2415-6698, Vol. 5, No. 6, 1499-1510 (2020), www.astesj.com.

9. X. Wang, Z. Luo, B. Zhong, Y. Wu, Z. Huang, H. Zhou, Q. Li, “Separation and recovery of geophysical signals based on the Kalman Filter with GRACE gravity data,” Remote Sensing, 11(4), 2019, doi:10.3390/rs11040393.

10. A.I. Grebennikov, “Isogeometric approximation of functions of one variable,” USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics, 22(6), 1982, doi:10.1016/0041-5553(82)90095-7.